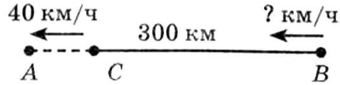
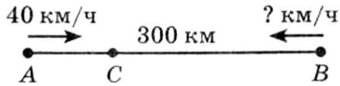
Пусть теперь первый автомобиль едет из A в направлении, противоположном B.



1) $40 \times 2 = 80$ (км) — проехал первый за два часа (AC);
2) $100 - 80 = 20$ (км) — осталось второму доехать до A;
3) $300 - 20 = 280$ (км) — проехал за два часа второй автомобиль;
4) $280 : 2 = 140$ (км/ч) — скорость второго автомобиля.

Случай 2. Автомобили двигаются в разных направлениях.

При этом они могут двигаться в противоположных направлениях или навстречу друг другу. В первой ситуации очевидно, что решения нет. Рассмотрим вторую ситуацию.



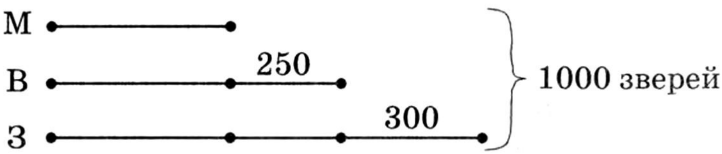
1) $40 \times 2 = 80$ (км) — проехал за два часа первый автомобиль;
2) $300 - 100 - 80 = 120$ (км) — проехал за два часа второй автомобиль;
3) $120 : 2 = 60$ (км/ч) — скорость второго автомобиля.

Ответ: в зависимости от направления движения скорость второго автомобиля 60 км/ч или 140 км/ч.

6. В левом нижнем углу не может стоять 2, 3, 4, 5, так как каждое число должно быть написано в каждой строчке, в каждом столбце и в каждой диагонали по одному разу. Поэтому там записана цифра 1. В центральной клетке не могут стоять цифры 1, 3, 4, 5. Следовательно, там записана цифра 2.

Ответ: 2.

7.



1) 250 + 300 = 550 (зверей) — было больше зайцев, чем медведей;
2) 550 + 250 = 800 (зверей) — было больше зайцев и волков, чем медведей;
3) 1000 − 800 = 200 (зверей) — было бы зверей каждого вида, если бы зайцев и волков было столько, сколько медведей.
4) 200 : 3 = 66 (ост. 2)

Ответ: лесничий прав, так как количество зверей должно быть числом натуральным.

Вариант 17

1. 1) $100 : 10 = 10$ (м/с);
2) $10 \times 60 = 600$ (м/мин);
3) $600 \times 60 = 36\,000$ (м/ч);
4) $36\,000 : 1000 = 36$ (км/ч).

Ответ: 10 м/с, 600 м/мин, 36 км/ч.

2. $1891 - (1600 : 40 + 8040 : 40) \times 4 =$
$= 1891 - (40 + 201) \times 4 =$
$= 1891 - 241 \times 4 = 1891 - 964 = 927.$

Опираясь на свойства арифметических действий, можно записать:

$1891 - (1600 : a + 8040 : a) \times c =$
$= 1891 - (8040 : a + 1600 : a) \times c =$
$= 1891 - ((1600 + 8040) : a) \times c =$
$= 1891 - (1600 : \text{a}) \times c - (8040 : a) \times c =$
$= 1891 - (1600 \times c) : a - (8040 \times c) : a =$
$= 1891 - (1600 \times c + 8040 \times c) : a.$

Ответ: 927.

3. В силу того что в XXI веке будет отмечаться 200-летие, то первая цифра в записи числа будет 1, а вторая — 8 и год рождения имеет вид $18ac$.

Сумма цифр, стоящих в разряде сотен и тысяч, равна 9 и она в 3 раза больше суммы цифр, стоящих в разряде единиц и десятков ($9 : 3 = 3$ — это сумма цифр единиц и десятков).

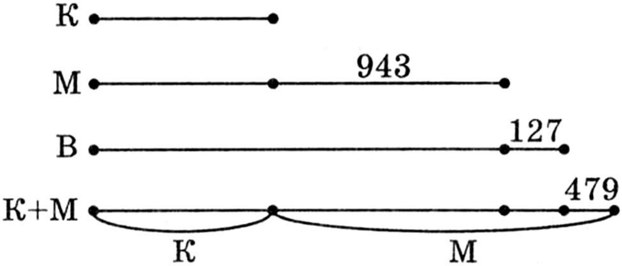
Число 3 можно представить в виде суммы двух слагаемых следующим образом:

$$3 = 0 + 3 = 1 + 2.$$

Отсюда можно сделать вывод о том, что цифрами десятков и единиц могут быть 3 и 0, 1 и 2. Таким образом, год его рождения может быть 1803, 1812, 1821, 1830. В силу того что цифра десятков должна быть больше цифры единиц, остаются две даты: 1821 и 1830. Последний год не удовлетворяет условию, что он родился и умер в одном веке (1830 + 73 = 1903).

Ответ: 1821 год.

4. *Первый способ решения*. Сделаем краткую запись условия задачи в виде чертежа.



Из чертежа видно, что

1) 127 + 479 = 606 (р.) — выиграл Коля;
2) 606 + 943 = 1549 (р.) — выиграл Миша;
3) 1549 + 127 = 1676 (р.) — выиграл Витя.

Второй способ решения.

1) 943 + 127 = 1070 (р.) — на столько больше выиграл Витя, чем Коля;
2) 1070 + 479 = 1549 (р.) — выиграл Миша;
3) 1549 − 943 = 606 (р.) — выиграл Коля;
4) 1549 + 127 = 1676 (р.) — выиграл Витя.

Третий способ решения. По условию задачи можно составить уравнение:

$$B = K + 943 + 127 \text{ или } B = K + 1070.$$

Кроме того, известно, что $M + K = B + 479$.

Используя первое уравнение, получаем:

$$M + K = K + (1070 + 479).$$

Так как суммы, стоящие в левой и правой частях, равны и у них равны первые слагаемые, то будут равны и вторые слагаемые: $M = 1070 + 479$ или $M = 1549$.

Ответ: 606 рублей выиграл Коля, 1549 рублей выиграл Миша, 1676 рублей выиграл Витя.

5. Наименьшее количество венков, которое каждый грек и муза могли получить после деления, — один.

Тогда венков у муз было 9, а греки всего принесли 12 венков ($3 + 9 = 12$), причём у каждого грека было по 4 венка ($12 : 3 = 4$). Если бы все получили по 2 венка, то всего венков у муз было бы 18 ($2 \times 9 = 18$). И греки в этом случае принесли бы 24 венка ($18 + 2 \times 3 = 24$), а каждый грек принёс бы по 8 венков ($24 : 3 = 8$).

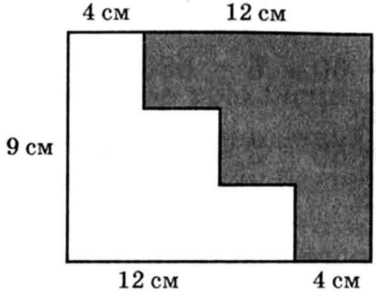
Если бы все получили по m венков, то у муз всего венков было бы $9m$, а греки тогда принесли бы всего $12m$ ($3m + 9m = 12m$) венков, а каждый грек принёс бы $4m$ венков ($12m : 3 = 4m$).

Ответ: $4m$ венков, где $m = 1, 2, 3, \ldots$

6. Определим сначала площадь прямоугольника. Она равна 144 см^2 ($16 \times 9 = 144$).

В силу того что $144 = 12 \times 12$, длина стороны квадрата будет равна 12 см и площадь одной части должна быть 72 см^2 ($144 : 2 = 72$).

Разобьём сторону, длина которой 16 см, на две части — 12 см и 4 см. Ко второй стороне необходимо прибавить ещё 3 см, чтобы получить 12 см. Решение можно представить в таком виде.



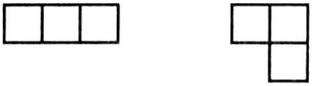
7. 1) $4 \times 4 = 16$ (см^2) — площадь исходного квадрата;

2) $16 : 4 = 4$ (см^2) — площадь отпиленной части;

3) $16 - 4 = 12$ (см^2) — площадь оставшейся части;

4) $12 : 4 = 3$ (см^2) — площадь одной части.

Фигура, имеющая площадь 3 см^2 и состоящая из трёх клеток по 1 см^2, может иметь следующую форму.



Первую фигуру придётся исключить, так как не удается разместить четыре таких прямоугольника в требуемой фигуре. Поэтому остаётся вторая фигура. Решение может быть представлено в следующем виде.

Вариант 18

1. 1) $60 \times 2 + 140 \times 5 = 820$ (м) — длина изгороди I участка;
   2) $140 \times 2 + 60 \times 5 = 580$ (м) — длина изгороди II участка;
   3) $140 \times 3 + 60 \times 3 = 600$ (м) — длина изгороди III участка.

Ответ: для второго участка стоимость изгороди будет наименьшей.

2. *Первый способ решения*. Из первого условия («в 2001 году отмечалось 180-летие») следует, что год, в который наградили П.Л. Чебышева Командорским крестом, имеет вид $18ac$. Второе условие говорит о том, что суммы цифр, входящих в разряд тысяч и сотен ($1 + 8 = 9$), и цифр, стоящих в разрядах десятков и единиц ($a + c$), равны, то есть $a + c = 9$. Так как это число делится на 5, то оно заканчивается 5 или 0 ($c = 5$ или $c = 0$) и, следовательно, цифра десятков — 4 или 9. С учётом этих условий получаем два числа: 1845 и 1890. В силу того что цифра десятков больше цифры единиц, получаем год вручения Командорского креста — 1890-й.

Второй способ решения. $2001 - 180 = 1821$ (г.) — родился П.Л. Чебышев. Значит, ему дали орден в XIX в. Известно, что сумма цифр сотен и тысяч равна сумме цифр десятков и единиц. Значит, это могут быть числа 1854, 1845, 1872, 1881, 1863, 1836, 1890. Ещё известно, что цифра разряда десятков больше цифры, стоящей в разряде единиц. Значит, подходят числа 1854, 1872, 1881, 1863, 1890. Нам известно, что это число делится на 5. Значит, ответ — 1890 г.

Ответ: в 1890 году.

3. Запишем произвольное трёхзначное число — 158. Число, записанное в обратном порядке, имеет вид — 851. Найдём разность между большим и меньшим числами: $851 - 158 = 693$.

Возьмём число 613 и число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке — 316. Их разность равна 297 ($613 - 316 = 297$).

Можно заметить, что в разности цифра десятков равна 9, а сумма цифр сотен и единиц тоже равна 9. Поэтому для определения разности достаточно знать цифру сотен (единиц), а цифра единиц (сотен) будет равна разности 9 и цифры сотен (единиц).

В общем виде это можно обосновать так. Рассмотрим трёхзначное число abc (пусть $a > c$), которое в десятичной системе счисления можно записать следующим образом:

$$abc = a \times 100 + b \times 10 + c.$$

Число, записанное в обратном порядке, — cba в виде:

$$cba = c \times 100 + b \times 10 + a.$$

Найдём разность:

$abc - cba =$

$= a \times 100 + b \times 10 + c - c \times 100 - b \times 10 - a =$

$= (a - \mathrm{c}) \times 100 + (c - a) =$

$= (a - c - 1) \times 100 + 9 \times 10 + (10 + c - a).$

Таким образом, вторая цифра равна 9, а сумма цифр сотен и единиц равна 9 ($a - c - 1 + 10 + c - a = 9$).

4. Напишем название каждого из чисел:

8 — восемь;	5 — пять;
2 — два;	7 — семь;
9 — девять;	3 — три;
0 — нуль;	4 — четыре;
1 — один;	6 — шесть.

Ответ: закономерность записи определяется порядком букв в алфавите.

5. *Первый способ решения.*

1) 30 × 3 = 90 (км) — проплыл теплоход до отправления катера;
2) 75 – 30 = 45 (км/ч) — скорость сближения;
3) 90 : 45 = 2 (ч) — за это время катер догонит теплоход;
4) 30 × 5 = 150 (км) — от пристани.

Второй способ решения.

1) 30 × 3 = 90 (км) — проплыл теплоход до отправления катера;
2) 30 × 2 = 60 (км) — проплыл теплоход за два часа после отплытия катера;
3) 60 + 90 = 150 (км) — проплыл теплоход за пять часов;
4) 75 × 2 = 150 (км) — проплыл катер за два часа и догнал теплоход.

Третий способ решения.

1) 30 × 3 = 90 (км) — проплыл теплоход до отправления катера;

2) $90 + 30 = 120$ (км) — проплыл теплоход за четыре часа.

Так как $120 > 75$, то катер не догонит теплоход за один час. Берём два часа.

3) $120 + 30 = 150$ (км) — пройдёт теплоход за пять часов;
4) $75 \times 2 = 150$ (км) — пройдёт катер за два часа;
5) $150 = 150$ — значит, катер догонит теплоход за два часа.

Ответ: два часа понадобится катеру, чтобы догнать теплоход в 150 км от пристани.

6. Количество квадратов со сторонами в 4 клетки — 1, в 3 клетки — 4, в 2 клетки — 9 (4 + 5), в 1 клетку — 18, в 1/2 клетки — 8 (4 + 4). Всего 40 квадратов.

Ответ: 40 квадратов.

7. Так как в следующем году Володе исполнится 13 лет, то в этом году ему должно исполниться 12 лет. Так как позавчера ему было 10 лет, то такая ситуация возможна лишь в период окончания одного года и начала другого. Предположим, что это он говорил 1 января, тогда 30 декабря ему было ещё 10 лет. Следовательно, 31 декабря Володе исполнилось 11 лет, и сейчас ему идёт 12 год. Значит, в следующем году мальчику исполнится 13 лет.

Ответ: возможно, если он родился 31 декабря.

Вариант 19

1. Задачу можно решить арифметически двумя способами.

Первый способ решения.

1) 730 : 10 = 73 (раза) — содержится 10 вёрст в 730 вёрстах;
2) 15 × 16 = 240 (к.) — стоимость 16 лошадей на 10 вёрст пути;
3) 240 × 73 = 17 520 (к.) = 175 р. 20 к. — количество денег, заплаченных за 16 лошадей на 730 вёрст.

Второй способ решения.

1) 730 : 10 = 73 (раза) содержится 10 вёрст в 730 вёрстах;
2) 15 × 73 = 1095 (к.) = 10 р. 95 к. — количество денег, заплаченных за 1 лошадь на 730 вёрст;
3) 1095 × 16 = 17 520 (к.) = 175 р. 20 к. — количество денег, заплаченных за 16 лошадей на 730 вёрст.

Ответ: должны заплатить 175 рублей 20 копеек.

2. Так как каждого цвета была по крайней мере одна шапка, то их могло быть две белых и одна чёрная или одна белая и две чёрных. Поэтому один из братьев, видя, что цвет шапок у двух других братьев одинаковый — белый (чёрный), мог сказать, что он знает цвет шапки. Другой брат, видя, что на братьях шапки белого и чёрного цветов и один брат, на котором шапка чёрного (белого) цвета, уже определил цвет своей шапки, может сделать вывод, что на нём белая (чёрная) шапка.

3. Запишем данные числа в столбик.

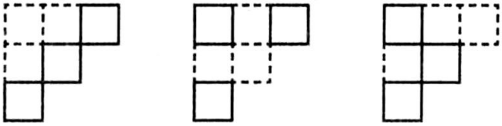
5 4 3
1 4 2
5 6 2

Выделим несовпадающие цифры, стоящие в разрядах.

5 4 (3)
(1) 4 2
5 (6) 2

Ответ: 163.

4. Возможны три варианта решения.



5. *Первый способ решения.*

1) $7 \times 7 = 49$ (кв. ед.) — площадь исходного квадрата;
2) $10 \times 4 = 40$ (кв. ед.) — площадь четырёх прямоугольников;
3) $49 - 40 = 9$ (кв. ед) — площадь пятого прямоугольника.

Так как $9 = 3 \times 3$ или $9 = 1 \times 9$, то этот прямоугольник — квадрат со стороной, равной 3, в силу того что длина стороны 9 ед. равняться не может, так как у исходного квадрата сторона равна 7 ед.

Второй способ решения.

Если нарисовать квадрат и разделить так же, как на рисунке, то получится, что у прямоугольников ширина будет 2 ед. И если стереть эти прямоугольники, то квадрат уменьшится на 2 ед. с каждой стороны, то есть уменьшится пропорционально, сохранив форму квадрата.

Ответ: может, это квадрат со стороной 3 ед.

6. 1) $9 \times 2 = 18$ (см) — длина носа Буратино после того, как он обманул один раз;

2) $18 \times 2 = 36$ (см) — длина носа Буратино после того, как он обманул два раза;

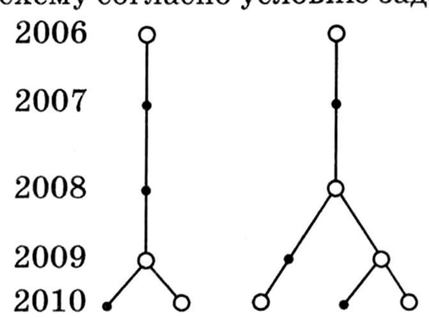
3) $36 \times 2 = 72$ (см) — длина носа Буратино после того, как он обманул три раза;

4) $72 \times 2 = 144$ (см) — длина носа Буратино после того, как он обманул четыре раза.

Так как $144 > 140$, то Буратино перестал обманывать.

Ответ: Буратино обманул 4 раза.

7. Нарисуем схему согласно условию задачи.



Ответ: в 2010 году у фермера будет 9 овец.

Вариант 20

1. 1) $360 : 6 = 60$ (шагов) — сделала ворона;

2) $60 - 20 = 40$ (шагов) — сделал попугай;

3) $360 : 40 = 9$ (см) — длина шага попугая.

Ответ: длина шага попугая 9 см.

2. Так как количество десятков в записи числа больше или равно 5, то эти числа могут иметь следующий вид: двузначные — $5x$ или $6x$, а трёхзначные — $x5x$ или $x6x$.

Согласно второму условию в записи числа не используются одинаковые цифры. Исходя из этого условия можно выписать все трёхзначные и двузначные числа:

Двузначные — 56, 51, 50, 65, 61, 60.

Трёхзначные — 150, 156, 651, 650, 160, 165, 560, 561.

Ответ: 14 чисел.

3. 1) $660 : 60 = 11$ (ч) — столько времени ехали три машины;

2) $26 : 2 = 13$ (л) — вторая машина тратила за один час;

3) $13 \times 11 = 143$ (л) — израсходовала вторая машина;

4) $269 - (60 + 143) = 66$ (л) — израсходовала третья машина;

5) $66 : 11 = 6$ (л) — третья машина тратила за один час.

Ответ: 6 литров.

4. Данная фигура состоит их квадрата со стороной, равной 4 см, и треугольника, составляющего половину этого квадрата.

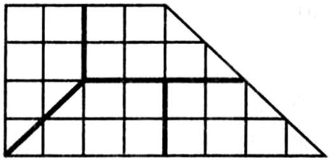
1) $4 \times 4 = 16$ (см^2) — площадь квадрата;

2) $16 : 2 = 8$ (см^2) — площадь треугольника;

3) $16 + 8 = 24$ (см^2) — площадь всей фигуры;

4) $24 : 4 = 6$ (см^2) — площадь одной части.

Данную фигуру можно разбить на 4 части, площадь каждой из которых будет 6 см^2, следующим образом.



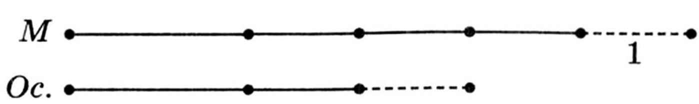
5. Нуль может получаться при умножении на числа, оканчивающиеся нулями. Таких чисел два — 10 и 20.

Кроме того, нуль можно получить при умножении чисел, кратных 5, на чётные числа. Это возможно при умножении 5 и 15 на чётные числа. Следует также учесть, что при умножении 25 на 4 получится 100. Таким образом, произведение оканчивается 6 нулями.

Ответ: 6 нулями оканчивается произведение.

6. Рассмотрим решение этой задачи двумя способами: арифметическим и алгебраическим.

Первый способ решения. Представим условие задачи в виде чертежа.



Из чертежа видно, что мул нёс 7 мер ($4 \times 2 - 1 = 7$), а осёл 5 мер ($4 + 1 = 5$).

Второй способ решения. Каждое из условий задачи представим в виде равенства:

$$M + 1 = 2 \times (Oc. - 1) \text{ и } M - 1 = Oc. + 1.$$

Из второго равенства можно выразить M: $M = Oc. + 2$ и, подставляя его в первое равенство, получим:

$Oc. + 3 = 2 \times Oc. - 2;$

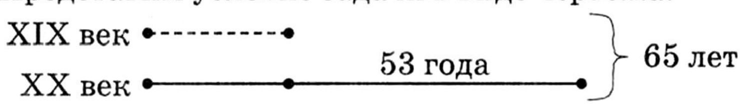
$Oc. = 5.$

Используя тот факт, что $M = Oc. + 2$, найдем M:

$$M = 7.$$

Ответ: мул нёс 7 мер, а осёл — 5 мер.

7. Представим условие задачи в виде чертежа.



1) $65 - 53 = 12$ (лет);
2) $12 : 2 = 6$ (лет) — прожил Хинчин в XIX в.;
3) $53 + 6 = 59$ (лет) — прожил Хинчин в XX в.;
4) $1900 - 6 = 1894$ — год рождения.

Ответ: А.Я. Хинчин родился в 1894 году.

Учебное издание

Дробышев Юрий Александрович

Олимпиады по математике
1–4 классы

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. AE51. H 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*
Редактор *М.А. Козлова*
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Художественный редактор *Л.В. Демьянова*
Корректор *Т.И. Шитикова*
Дизайн обложки *М.Н. Ершова*
Компьютерная верстка *М.В. Демина*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано по технологии CTP
в ИПК ООО «Ленинградское издательство»
194044, Санкт-Петербург, ул. Менделеевская, д. 9
Тел./факс: (812) 495-56-10

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).

- Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения) для начальной школы.

- Единый Учебно-Методический Комплект, рекомендованный РАО, с учебниками по математике составляют:
  - **Олимпиады по математике. 1 – 4 классы**
  - Олимпиады по математике. 2, 3, 4 классы
  - Развивающие задания. 1, 2, 3, 4 классы
  - Нестандартные задания по математике. 1, 2, 3, 4 классы
  - Гимнастика для ума. 1 – 4 классы.

- **Пособие является необходимым дополнением к школьным учебникам по математике, рекомендованным Министерством образования и науки Российской Федерации и включённым в Федеральный перечень учебников. Реальная образовательная практика учитывает проблемы всех участников образовательного процесса: учащихся, их родителей и преподавателей.**

- Ученики смогут:
  - закрепить практические навыки, полученные на уроках;
  - повысить уровень математической подготовки.

- Родители найдут:
  - материал, который поможет ребёнку развивать память, внимание, наблюдательность, логическое мышление;
  - возможность развивать кругозор ребёнка, его интерес к учёбе.

- Преподаватели получат уникальную возможность:
  - развивать личностную сферу учащегося;
  - формировать общеинтеллектуальные умения.

- Пособия прошли апробацию во многих регионах России, имеют положительные заключения от специалистов институтов развития образования. Пособия практичны, современны по содержанию и оформлению. По ним легко учить и интересно учиться.

- Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «***ЭКЗАМЕН***» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

ISBN 978-5-377-05677-5

9 785377 056775