
Вариант 12

1. Катя в 6 раз моложе своего прадедушки; если между цифрами её возраста поставить 0, то получится возраст её прадеда. Сколько ей лет?
2. Яблоки разделили на две неравные кучки. Когда из первой кучки переложили половину имевшихся в ней яблок во вторую, а затем из второй кучки переложили в первую половину яблок, оказавшихся во второй, то в первой стало 18 яблок, а во второй — 8. Сколько яблок было в каждой кучке первоначально?
3. Сколько имеется четырёхзначных чисел, которые делятся на 45 и две средние цифры у них 97?
4. Во втором туре олимпиады участвуют 30 человек. Во время решения задач один из учеников сделал 12 ошибок, а остальные — меньше. Попробуйте доказать, что на олимпиаде имеются по крайней мере три ученика, сделавшие одинаковое количество ошибок.

Задания

5. Сколько существует трёхзначных чисел, которые не содержат цифру 8?
6. Дан треугольник, длины сторон которого соответственно равны 7 см, 12 см, 9 см. Объясните, как построить отрезок, соединяющий его вершину и противоположную сторону, длиной в 9 см так, чтобы периметры двух полученных треугольников были одинаковыми.
7. Восстановите первоначальную запись.

$$\begin{array}{r} * * \\ \times * 3 \\ \hline * 2 2 \\ 1 * * \\ \hline * * 0 * \end{array}$$

Вариант 13

1. Во сколько раз увеличится трёхзначное число, если к нему приписать такое же число?
2. У Карлсона насморк. Он пользуется квадратными платками размером 25×25 см. За восемь дней Карлсон израсходовал 3 м^2 ткани. Сколько платков в день трагил Карлсон?
3. Если бы школьник купил 11 тетрадей, то у него осталось бы 8 р., а на 15 тетрадей у него не хватает 12 р. 24 к. Сколько денег было у школьника?
4. Вставьте пропущенные знаки.

БУРЬЯН	○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○	БУРЯ
ВАЛЕНОК	○ ○	○ ○ ○	ВЕНОК
КИОСК	?	?	ИСК

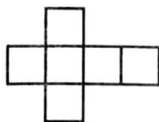
5. В коробке лежат 7 синих и 5 красных шаров. Какое наименьшее количество шаров необходимо достать (не глядя), чтобы среди них было по крайней мере 2 синих и 1 красный?

Задания

6. Каждому из троих ребят родители купили конфеты. Вите 5 конфет, Маше меньше, чем Вите, а Саше столько же конфет, сколько Вите и Маше вместе. Сколько конфет могли купить всем ребятам?
7. Ослику пришлось делить корм (овёс и сено) с лошадью и с коровой. Если ослик ест овёс, то лошадь ест то же, что и корова. Если лошадь ест овёс, то ослик ест то, что не ест корова. Если корова ест сено, то ослик ест то же, что и лошадь. Кто всегда ест из одной и той же кормушки?

Вариант 14

1. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 70 км, отправились одновременно пешеход и велосипедист со скоростями 5 км/ч и 15 км/ч соответственно. Какое расстояние будет между ними через 3 ч?
2. Мальчик поймал рыбу. Когда у него спросили, сколько весит пойманная рыба, он сказал: «Я думаю, что хвост её весит 1 кг, а голова весит столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище — сколько голова и хвост вместе». Сколько весит рыба?
3. Данная фигура состоит из 6 одинаковых квадратов. Её периметр равен 84 см. Найдите, чему равна площадь данной фигуры.



4. Одна из цифр четырёхзначного числа равна нулю. При вычёркивании нуля число уменьшается в 9 раз. На каком месте стоит ноль? Найдите такие числа.

Задания

5. Сколько существует чисел меньших 96, которые делятся и на 2, и на 3?
6. Антон, Володя и Юра пришли в гости к Мише. Они долго беседовали о том, как им удалось провести каникулы.
- Ну, Боков, ты наконец научился плавать? — спросил Володя.
- О, ещё как, — ответил Боков, — могу теперь потягаться в плавании с тобой и Антоном.
- Посмотрите, какую коллекцию марок я собрал, — сказал Петров, прерывая разговор друзей, и достал из шкафа альбом с марками.
- Всем, особенно Лукину и Антону, марки очень понравились. А Самохин обещал показать товарищам собранную им коллекцию наклеек. Определите имя и фамилию каждого мальчика.
7. Расшифруйте.

$$\begin{array}{r} \times B7 \\ \hline AA \\ \hline BBB \\ \hline BBB \\ \hline BBB \\ \hline BBB \\ \hline BBB \end{array}$$

Вариант 15

1. Если от каждого из двух чисел отнять половину меньшего из них, то остаток от большего втрое больше остатка от меньшего. Во сколько раз большее число больше меньшего?
2. Три команды набрали на олимпиаде 285 баллов. Если бы команда школы № 24 набрала на 8 баллов меньше, а команда школы № 46 на 12 баллов меньше, а команда школы № 12 на 7 меньше, то все они набрали бы поровну. Сколько баллов набрали команды школ № 24 и № 12 вместе?
3. Имеются три сосуда вместимостью соответственно 6, 3 и 7 л. В первом сосуде 4, а в третьем — 6 л молока. Используя эти три сосуда, необходимо разлить молоко поровну в два сосуда.
4. Одну сторону квадрата увеличили в 5 раз, а другую уменьшили в 2 раза и получили прямоугольник площадью 160 см². Чему равна сторона квадрата?

Задания

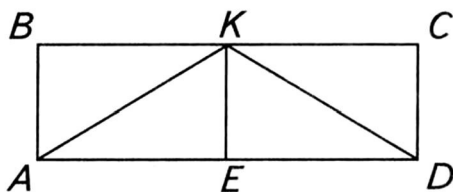
5. Уберите пять из двенадцати цифр так, чтобы оставшиеся цифры в сумме (по разрядам) составляли 1111.

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 333 \\ 777 \\ \underline{999} \end{array}$$

6. До отправления электрички оставалось 2 мин, когда автомобилист находился в 2 км от станции. Первую минуту он ехал со скоростью 30 км/ч. С какой скоростью он должен ехать вторую минуту, чтобы успеть на электричку?
7. Миша, Сергей и Володя участвовали в математической олимпиаде. При обсуждении того, кто из них может оказаться победителем, были высказаны такие мнения: Миша и Сергей; Миша и Володя; Сергей, но не Володя. Оказалось, что двое из ребят получили дипломы победителей. Кто из них стал победителем олимпиады, если из трёх предположений одно истинно, другое — частично, третье полностью оказалось ложным?

Вариант 16

1. Вычисли наиболее рациональным способом:
 $12 \times 171 + 29 \times 9 + 171 \times 13 + 29 \times 16$.
2. Периметр треугольников, из которых состоит прямоугольник $ABCD$ равен 180 см. $BK = KC = AE = ED$, $AK = KD = 17$ см. Найдите периметр прямоугольника, у которого одна сторона в 2 раза больше AB , а другая сторона равна BC .



3. Каким числом может быть первое слагаемое? Ответ обоснуйте.

$$\begin{array}{r}
 **4 \\
 + \quad 3* \\
 \hline

 \end{array}$$

4. За несколько одинаковых книг заплатили 104 р. Цена одной книги выражается натуральным числом. Сколько стоит одна книга, если их куплено больше 10, но меньше 60?

Задания

5. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 300 км, одновременно выехали два автомобиля. Скорость автомобиля, выехавшего из A , равна 40 км/ч. Определите скорость второго автомобиля, если известно, что через два часа расстояние между автомобилями было 100 км.
6. Таблицу нужно заполнить, используя числа 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы каждое число появилось в каждом столбце, каждой строчке и каждой диагонали ровно по одному разу. Первые несколько чисел уже расставлены. Какое число будет в центральной клетке?

3	4			5
2				
		?		
				4

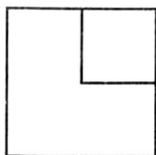
7. Сын лесничего помогал отцу вести подсчёт зверей в лесу. После подсчёта он сказал отцу: «Я считал медведей, зайцев и волков. Всего зверей 1000, волков на 250 больше, чем медведей, зайцев на 300 больше, чем волков». Услышав такой ответ, лесничий сказал, что такого быть не может. Прав ли лесничий?

Вариант 17

1. Бегун-спринтер пробегает 100 м за 10 с. Найдите его скорость в м/с, м/мин, км/ч.
2. Расставьте порядок действий в выражении $1891 - (1600 : a + 8040 : a) \times c$ и вычислите его значения при $a = 40$ и $c = 4$. Покажите, как можно изменить выражение, не меняя его числового значения.
3. В этом веке будет отмечаться 200 лет со дня рождения знаменитого русского математика, уроженца Калужской губернии П.Л. Чебышева. В числе, которым записывается его год рождения, сумма цифр, стоящих в разряде сотен и тысяч, в 3 раза больше суммы цифр, стоящих в разряде единиц и десятков, и цифра в разряде десятков больше цифры в разряде единиц. Определите год рождения П.Л. Чебышева. Известно, что он родился и умер в одном и том же веке и прожил 73 года.

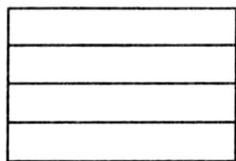
Задания

4. Три мальчика участвовали в розыгрыше лотереи «Русское лото». Миша выиграл на 943 р. больше, чем Коля, Витя — на 127 р. больше, чем Миша, а Миша и Коля вместе — на 479 р. больше, чем Витя. Сколько денег выиграл каждый?
5. Каждый из трёх греков принёс одинаковое количество венков. Встретив девять муз, они разделили венки таким образом, что каждый грек и каждая муза имели одинаковое количество венков. Сколько венков имел каждый грек сначала?
6. Как разрезать прямоугольник, длина которого 16 см, а ширина 9 см, на две равные части, из которых можно сложить квадрат?
7. От квадрата со стороной в 4 см отпилили четвертую часть так, как показано на рисунке. Разделите оставшуюся часть на 4 равные по площади и по форме части.

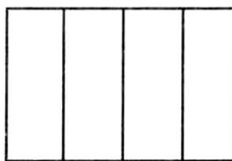


Вариант 18

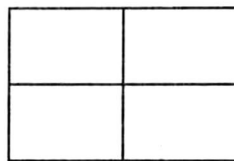
1. Прямоугольный участок земли длиной 140 м и шириной 60 м необходимо разделить на 4 одинаковых прямоугольных участка. Из трёх предложенных вариантов выберите тот, при котором стоимость изгороди для участков будет наименьшей.



I



II

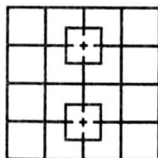


III

2. В 2001 г. отмечалось 180-летие со дня рождения знаменитого русского математика П.Л. Чебышева. За выдающиеся научные достижения он был награждён высшей наградой Франции — Командорским крестом Почётного легиона. Определите год, когда это произошло, если известно, что сумма цифр в разрядах тысяч и сотен в записи этого числа равна сумме цифр в разрядах десятков и единиц. Кроме того, это число делится на 3 и 5 и цифра в разряде десятков больше цифры в разряде единиц.

Задания

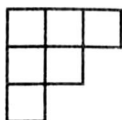
3. Запишите любое трёхзначное число, в котором во всех разрядах стоят разные цифры. Полученное число запишите в обратном порядке и из большего числа вычитите меньшее. Попробуйте объяснить, какую цифру в разности достаточно знать, чтобы определить, чему равна разность.
4. Определите закон, по которому записаны эти цифры: 8, 2, 9, 0, 1, 5, 7, 3, 4, 6.
5. В полдень от пристани отошёл теплоход. Через три часа от этой же пристани по тому же маршруту отправился катер. Скорость теплохода 30 км/ч, скорость катера 75 км/ч. Сколько времени понадобится катеру, чтобы догнать теплоход? На каком расстоянии от пристани они будут в этот момент?
6. Сколько всего квадратов изображено на рисунке?



7. Володя утверждает, что позавчера ему было 10 лет, а в будущем году исполнится 13. Возможно ли это?

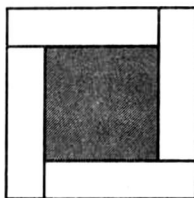
Вариант 19

1. Если одна лошадь на 10 вёрст пути стоит 15 к., то сколько должны заплатить за 16 лошадей на 730 вёрст пути?
2. Калужский купец решил проверить, насколько сообразительны его трое сыновей. Взяв три шапки, каждая из которых была белая или чёрная, и каждого цвета была по крайней мере одна шапка, он велел сыновьям закрыть глаза, надел каждому на голову шапку и спросил: «Как, видя цвет шапок своих братьев, отгадать цвет своей шапки?» Как сыновья пришли к верному решению?
3. Задумано трёхзначное число, у которого с любым из трёх чисел 543, 142 и 562 совпадает один из разрядов, а два других не совпадают. Какое число задумано?
4. Уберите шесть отрезков так, чтобы осталось три квадрата.



Задания

5. Квадрат со стороной, равной 7 ед., разбит на 5 прямоугольников так, как изображено на рисунке. Известно, что площади прямоугольников, прилежащих к границе заштрихованного прямоугольника, равны 10 кв. ед. Длины сторон всех прямоугольников выражены целыми числами. Может ли заштрихованный прямоугольник быть квадратом?



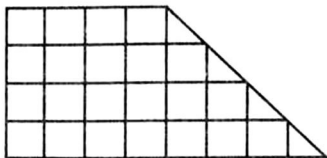
6. Рост Буратино 1 м 4 дм, а длина его носа раньше была 9 см. Каждый раз, когда Буратино обманывал, длина его носа удваивалась. Как только длина его носа стала больше его роста, Буратино перестал обманывать. Сколько раз он обманул?
7. Фермер в 2006 г. купил две овцы. Первая каждые три года рожала по одной овце, а вторая каждые два года по одной овце. Все родившиеся овцы ежегодно рожали по одной овце. Сколько будет овец у фермера в 2010 г.?

Вариант 20

1. Ворона и попугай измеряют удава, длина которого 3 м 60 см, шагами. Длины шагов птиц различны, а время, потраченное на измерение, одинаковое. Измерять удава они начали одновременно и, пока прошли всё расстояние, встретились 20 раз. Шаг вороны 6 см. Найдите длину шага попугая, если во время каждой встречи им было сделано на 1 шаг меньше, чем вороной.
2. Найдите количество трёхзначных и двузначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 6, 0, 5, удовлетворяющих следующим условиям:
 - в записи числа не используются одинаковые цифры;
 - количество десятков больше или равно 5.
3. Три машины израсходовали за 660 мин 269 л горючего. Известно, что за это время первая машина израсходовала 60 л, а вторая — каждые два часа третила 26 л. Найдите, сколько расходовала третья машина за час.

Задания

4. Разрежьте фигуру на 4 равные части так, чтобы из них можно было сложить прямоугольник.



5. Сколькими нулями оканчивается произведение $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times \dots \times 26$?
6. Задача Евклида. Мул и осёл под вьюком по дороге с мешками шагали. Жалобно охал осёл непосильною ношей придавлен. Это подметивший мул обратился к попутчику с речью: «Что ж, старина, ты заныл и рыдаешь, будто девчонка? Нёс бы вдвойне я, чем ты, если б отдал одну ты мне меру. Если ж бы ты у меня лишь одну взял, то мы бы сравнялись». Сколько нёс каждый из них, о геометр, поведай нам это.
7. Знаменитый русский математик А.Я. Хинчин родился и жил в детстве в г. Кондрово. Он прожил 65 лет. В XX в. он прожил на 53 года больше, чем в XIX в. В каком году родился А.Я. Хинчин?

Вариант 1

1. а) Наименьшее трёхзначное число — 100, а наибольшее двузначное число — 99.

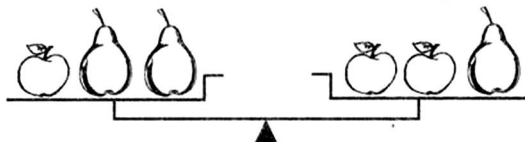
$$100 + 99 = 199$$

- б) Наименьшее нечётное однозначное число — 1, а наибольшее чётное двузначное число — 98.

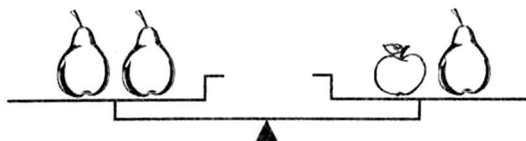
$$1 + 98 = 99$$

Ответ: а) 199, б) 99.

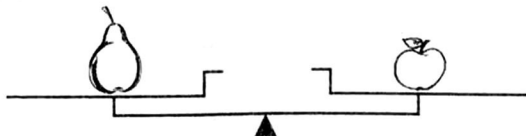
2. Исходя из условия задачи, сделаем рисунок.



Уберём с левой и правой чаш весов по одному яблоку. При этом весы останутся в положении равновесия, так как яблоки были одинаковыми.



Уберём с обеих чаш весов по одной груше.



Получим, что масса яблока и груши одинакова.

Эту же задачу можно было решить, не прибегая к иллюстрации, используя лишь рассуждения.

Решения

Уберём с обеих чаш весов по одному яблоку и по одной груше. В этом случае весы останутся в положении равновесия. На левой чаше будет лежать одно яблоко, а на правой — одна груша. Таким образом, масса груши равна массе яблока.

Ответ: масса яблока равна массе груши.

3. В этой задаче речь идёт об именах трёх ребят (Иван, Пётр, Сергей) и их фамилиях (Иванов, Петров, Сергеев). Составим таблицу.

	И	П	С
Иван			
Пётр			
Сергей			

Прописные буквы слева обозначают имена мальчиков, а прописные буквы сверху обозначают фамилии мальчиков. По условию задачи «Иван — не Иванов», «Пётр — не Петров», «Сергей — не Сергеев». Отметим это в таблице.

	И	П	С
Иван	—		
Пётр		—	
Сергей			—

Последнее условие задачи говорит о том, что «Сергей живёт в одном доме с Петровым». Значит, Сергей — не Петров.

	И	П	С
Иван	—		
Пётр		—	
Сергей		—	—

Тогда согласно таблице Сергей может быть только Ивановым.

	И	П	С
Иван	–		
Пётр		–	
Сергей	+	–	–

А это означает, что никто другой из мальчиков фамилию Иванов носить не может.

	И	П	С
Иван	–		
Пётр	–	–	
Сергей	+	–	–

Согласно таблице Пётр может носить только фамилию Сергеев.

	И	П	С
Иван	–		
Пётр	–	–	+
Сергей	+	–	–

Тогда фамилия Ивана — Петров.

	И	П	С
Иван	–	+	–
Пётр	–	–	+
Сергей	+	–	–

Ответ: Иван Петров, Пётр Сергеев, Сергей Иванов.

4. 1) $28 : 4 = 7$ (дм) — длина стороны квадрата;
 2) $7 \times 7 = 49$ (дм²) — площадь квадрата;
 3) $100 \times 49 = 4900$ (см²).

Ответ: площадь квадрата равна 4900 см².

Решения

5. 1) $64 : 8 = 8$ (заготовок) — можно изготовить из отходов при вытачивании 64 деталей;
2) $8 : 8 = 1$ (деталь) — может быть изготовлена из отходов при вытачивании 8 деталей;
3) $64 + 8 + 1 = 73$ (детали).

Ответ: из 64 заготовок можно изготовить 73 детали.

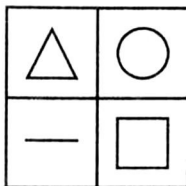
6. Внутри каждого квадрата размещены одни и те же геометрические фигуры: квадрат, круг, треугольник, отрезок.

Расположение их относительно друг друга не меняется. Проследим сначала, как меняется расположение одной и той же фигуры в различных квадратах.

Круг сначала был в левом верхнем квадрате, затем в левом нижнем и наконец в правом нижнем квадрате. Таким образом, при рассмотрении первых трёх рисунков видна закономерность его движения — он двигается по квадратам против часовой стрелки.

Проверим подмеченную закономерность на расположении других фигур. Треугольник был в левом нижнем квадрате, затем переместился в правый нижний квадрат, после чего оказался в правом верхнем. Аналогично проверяется гипотеза для отрезка и квадрата.

На основании подмеченной закономерности делаем вывод о расположении фигур в четвёртом квадрате.



7. Пусть a и b — стороны прямоугольника. Тогда его площадь равна: $S = a \times b$. Стороны изменённого прямоугольника будут $(a - 3)$ и $(b + 3)$, а площадь соответственно будет равна:

$$S_1 = (a - 3) \times (b + 3) = ab - 3b + 3a - 9.$$

Вычислим разность между S_1 и S :

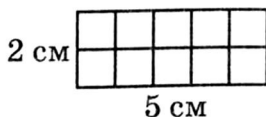
$$\begin{aligned} S_1 - S &= (ab - 3b + 3a - 9) - ab = \\ &= -3b + 3a - 9 = 3 \times (-b + a - 3). \end{aligned}$$

Исследуем полученный результат.

Если $-b + a - 3 = 0$, то площади будут равны.

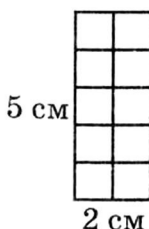
Это окажется возможным при $a - b - 3 = 0$ или $a = b + 3$. Если $S_1 - S > 0$, то площадь второго прямоугольника будет больше площади исходного. Это возможно при $a - b - 3 > 0$, то есть при $a > b + 3$. Аналогично рассуждая, получим, что $S_1 - S < 0$ при $a < b + 3$.

Очевидно, что так задачу в начальной школе решать нельзя. Поэтому рассмотрим, как следовало её решать. Мы предполагаем, что эту задачу ученик может решить практически. Проведя вычислительный эксперимент с различными прямоугольниками, он должен сделать вывод о том, что площадь прямоугольника может увеличиться или уменьшиться, а может и остаться без изменения.



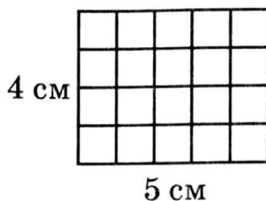
$$S = 5 \times 2 = 10 \text{ см}^2$$

$$S_1 = 5 \times 2 = 10 \text{ см}^2$$



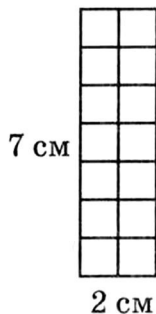
Вывод: площадь не изменилась.

Решения

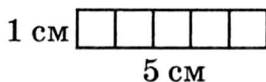


$$S = 5 \times 4 = 20 \text{ см}^2$$

$$S_1 = 2 \times 7 = 14 \text{ см}^2$$

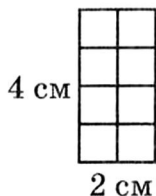


Вывод: площадь уменьшилась.



$$S = 5 \times 1 = 5 \text{ см}^2$$

$$S_1 = 2 \times 4 = 8 \text{ см}^2$$



Вывод: площадь увеличилась.

Ответ: площадь может увеличиться, уменьшиться или остаться прежней.

Вариант 2

1. $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12) \times 2 + 24 = 180$.

Ответ: 180 ударов.

2. В задаче речь идёт о трёх подружках (Вере, Оле, Тане) и трёх предметах для сбора ягод (корзина, лукошко, ведёрко).

Составим таблицу.

	В	О	Т
К			
Л			
В			

Оля была не с корзиной и не с лукошком. Следовательно, Оля была с ведёрком.

	В	О	Т
К		–	
Л		–	
В		+	

Значит, ведёрко не могло быть у Веры и Тани.

	В	О	Т
К		–	
Л		–	
В	–	+	–

Так как Вера была не с лукошком, то ей остаётся только корзина.